

Ruimtemeetkunde met Geocadabra

Annelies Droessaert

INHOUD

- ❖ **Inhoud**
- ❖ **Eerste kennismaking**
- ❖ **Zelf tekeningen maken**
- ❖ **Doorsneden tekenen**
- ❖ **Tekeningen verkennen : enkele dynamische mogelijkheden**
- ❖ **Toepassingen met afstanden en hoeken**
- ❖ **Animaties**
- ❖ **Bronnen**

INLEIDING

Doel van deze nascholing

In deze nascholing is het de bedoeling om te leren werken met Geocadabra en aan de hand van enkele concrete voorbeelden aan te geven hoe het programma een meerwaarde kan betekenen bij het behandelen van.

Voordelen van Geocadabra

- De tekeningen zijn van een kwaliteit die op het bord niet meteen haalbaar is of veel tijd vergt.
- De tekeningen zijn niet volledig statisch maar bepaalde elementen kunnen bewegen.
- Ruimtelijke figuren en aanzichten ervan kunnen op een eenvoudige manier vanuit verschillende perspectieven voorgesteld worden.
- Tekeningen kunnen worden gekopieerd naar een tekstverwerkingsprogramma of kunnen geprint worden.
- Indien je beschikt over een beamer, is het mogelijk om mooie animaties te tonen, bijv. de verschillende stappen bij het bepalen van de doorsnede van een veelvlak met een vlak.
- Bij het programma worden ook lesbrieven geleverd, die je als leerkracht kan gebruiken of die door de leerlingen zelfstandig kunnen doorgenomen worden
- Het is een gebruiksvriendelijk programma.
- Het kan gebruikt worden als controlemiddel bijvoorbeeld na het tekenen van een doorsnede van een veelvlak met een vlak of na berekeningen in ruimtelijke situaties.

Opmerkingen

In deze sessie is het niet de bedoeling in detail te treden over de mogelijkheden om leerlingen tijdens de les zelfstandig te laten werken met Geocadabra.

Meer over Geocadabra: zie o.a. <http://home.planet.nl/~leclu012/> (ook toegankelijk via <http://www.geocadabra.nl>)

EERSTE KENNISMAKING

Een nieuwe tekening maken

- Kies in de menubalk BESTAND, NIEUW. Het volgende venster verschijnt.
- Hierin kan je een keuze maken tussen verschillende zaken: vlakke meetkunde, ruimtemeetkunde, ...
- Het basisobject kan zowat alle mogelijke ruimtelichamen kiezen. Deze kies je in het deel basisobject.

- Verdere details kan je aanpassen in het onderste deel van dit venster. Eigenlijk kan je door dit gedeelte een lichaam op maat tekenen.
- Klik op OK en de figuur wordt getekend. Er wordt enkel nog een omschrijving gevraagd. Deze kan je zelf kiezen.

De configuraties aanpassen

- Klik op CONFIGURATIE in de menubalk.
- In dit venster kan je zowat alle instellingen aanpassen: punt dikte, lettertype, kleur, ...
- Opmerking: het is interessant om "LIJNSTUKKEN AUTOMATISCH STIPPELEN" aan te duiden. Dit houdt in dat onzichtbare lijnstukken onmiddellijk als dusdanig worden voorgesteld. Dit kan wel niet als je de figuur als draadmodel hebt laten tekenen.

De gereedschapskist

- Deze staat normaal standaard actief. Is deze niet actief, dan kan je deze oproepen via BEELD, WERKBALKEN, GEREEDSCHAPSKIST.
- De werkbalk ziet eruit zoals op de onderstaande figuur.

- Bovenaan kies je de lijndikte door de gewenste stijl aan te klikken.
- In het gedeelte PUNT, kan je overschakelen tussen twee soorten punten: een gevuld bolletje of een cirkeltje.
- Ook de puntgrootte kan je hier aanpassen.
- De arceerstijl veranderen kan ook nuttig zijn wanneer je verschillende vlakken wil accentueren.
- Door op LETTERTYPE te klikken, kan je het lettertype van de aanduidingen op de tekening veranderen
- Ook de TEKENKLEUR kan in dit venster aangepast worden.
- Meestal kies je het gereedschap voor je tot het tekenen overgaat, maar toch kan je dit nadien nog aanpassen. Door te klikken op BEWERKEN, LIJNONDERHOUD, ATTRIBUTEN TOEPASSEN kan je achteraf nog lijnstukken selecteren en deze zo anders op te maken.



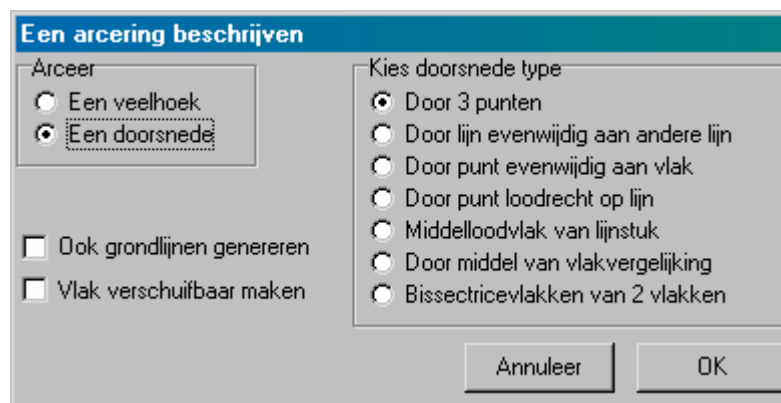
Perspectief

In de tekenmethode kan je door een eenvoudige muisklik overschakelen tussen verschillende perspectieven. Dit biedt veel mogelijkheden voor het illustreren dat er informatie verloren gaat bij het voorstellen in twee dimensies van een driedimensionale situatie.

ZELF TEKENINGEN MAKEN

Uitgewerkt voorbeeld

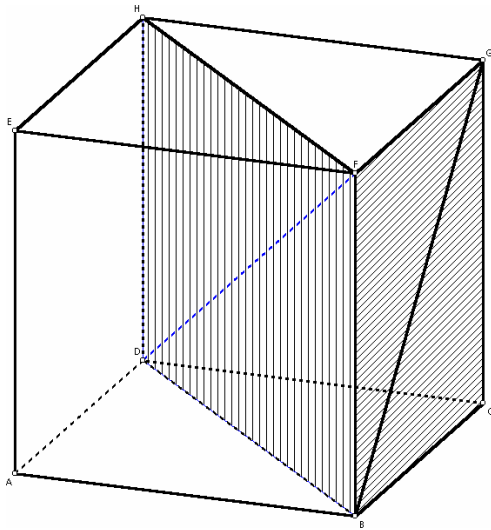
- Kies in de menubalk BESTAND, NIEUW.
- Kies hier voor een kubus met als ribbe 4 cm.
- Laat als omschrijving “kubus” staan en druk op enter.
- De kubus is nu automatisch getekend en de hoekpunten zijn ook al benoemd.
- Kies in de menubalk BEWERKEN, LIJNONDERHOUD, LIJNSTUK TOEVOEGEN, DOOR 2 PUNTEN. Klik het punt G en het punt B aan.
- Arceer het vlak BFG. Duid bij het gereedschap de gewenste arceringstijl aan en kies vervolgens in de menubalk BEWERKEN, VLAKONDERHOUD, EEN VLAK ARCEREN.
- Het onderstaande venster verschijnt (bekijk alvast de verschillende mogelijkheden):




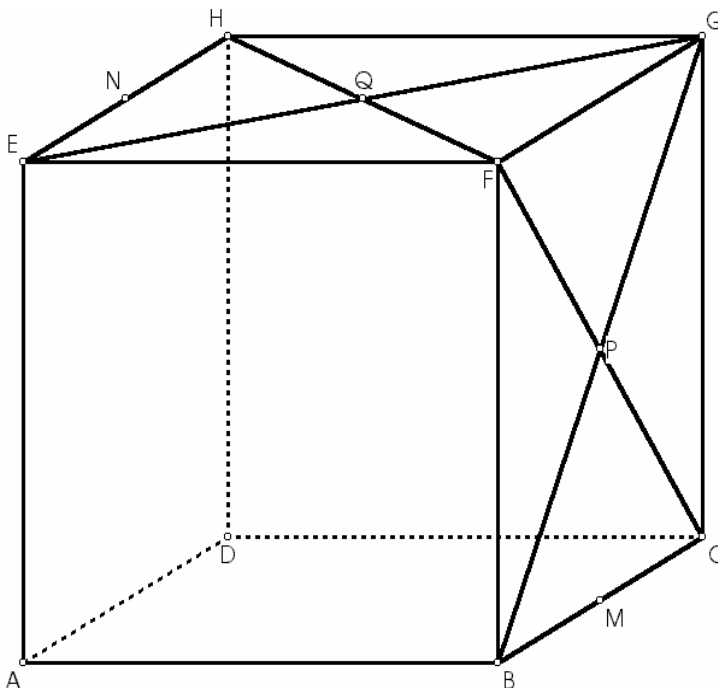
- We kiezen hier voor een doorsnede met een vlak bepaald door 3 punten.
- Klik drie punten aan die het vlak BFG bepalen. Het vlak wordt getekend.
- Duid nu op dezelfde wijze het vlak HDB aan, maar gebruik een andere arcering.
- Duid tot slot nog een andere kleur aan in de gereedschapsbalk en teken het lijnstuk [FD]. (BEWERKEN, LIJNONDERHOUD, LIJNSTUK TOEVOEGEN, DOOR 2 PUNTEN).

Opmerking

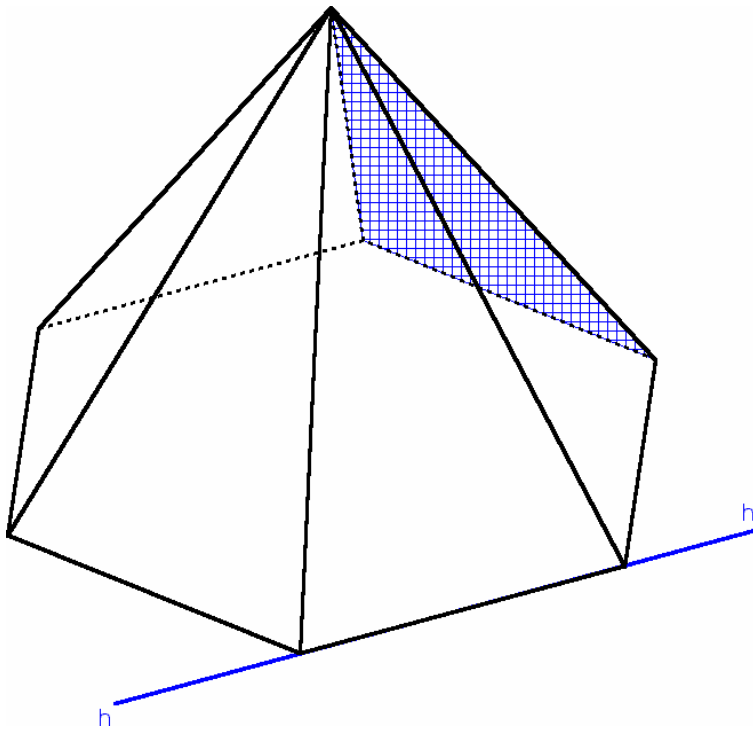
Als bij configuratie het vakje “lijnstukken automatisch stippelen” aangevinkt is, zal het lijnstuk onmiddellijk als een stippellijn voorgesteld worden.

Resultaat:

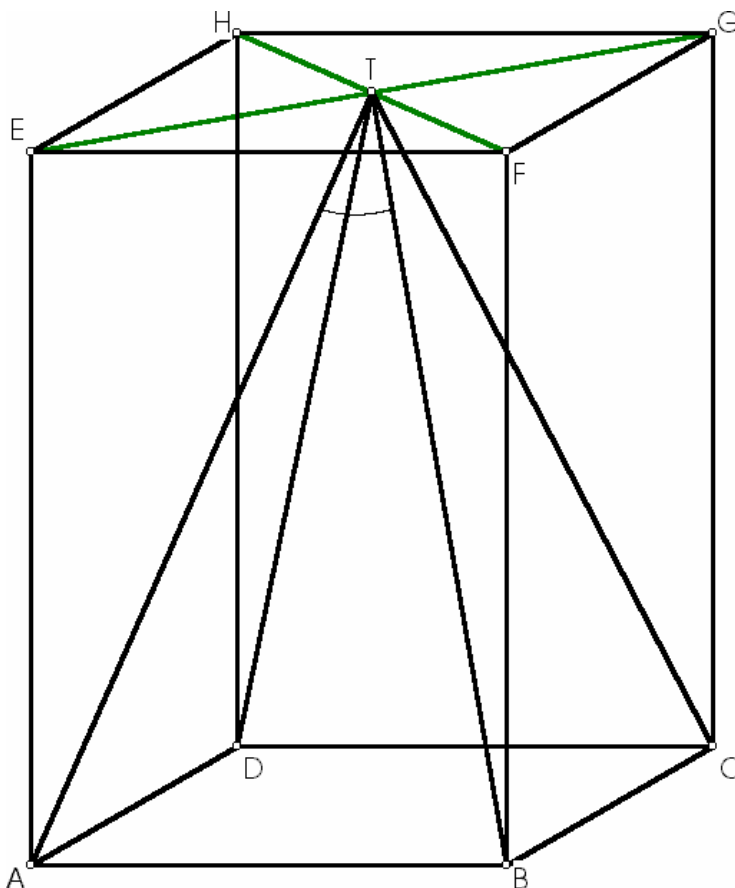
- Deze tekening kan overgebracht worden naar Word of een ander programma door ze te kopiëren naar het klembord. Dit gebeurt door eens te klikken op . Deze knop vind je terug in de taakbalk.

Opdrachten

- **Midden van een lijnstuk bepalen:** via de menubalk BEWERKEN, PUNTONDERHOUD, TOEVOEGEN, MIDDEN TUSSEN TWEE PUNTEN.
- **Snijpunt aanduiden:** BEWERKEN, PUNTONDERHOUD, BENOEM SNIJPUNTEN, VAN 2 LIJNEN, WIJS PUNT AAN.
- **Punten van naam veranderen:** BEWERKEN, PUNTONDERHOUD, WIJZIG PUNTNAAM.



- **Delen van een tekening verbergen:** Klik op  in de takenbalk en duid het gewenste deel aan. Dit kan een punt zijn, een puntnaam, een lijnstuk, een lijn ...



Tip: Teken eerst enkel de piramide.

Een hoek markeren:
BEWERKEN,
HOEKONDERDHOUD, EEN
HOEK MARKEREN.

Je krijgt een venster waarin je 3 punten moet aanduiden die de hoek bepalen. Ook kan je de straal aangeven van de markering, het aantal boogjes kiezen, ...

Een balk rond de piramide tekenen:
BEWERKEN, RUIMTELIJKE
BEWERKINGEN, TEKEN
DOOS OM OBJECT


DOORSNEDEN TEKENEN

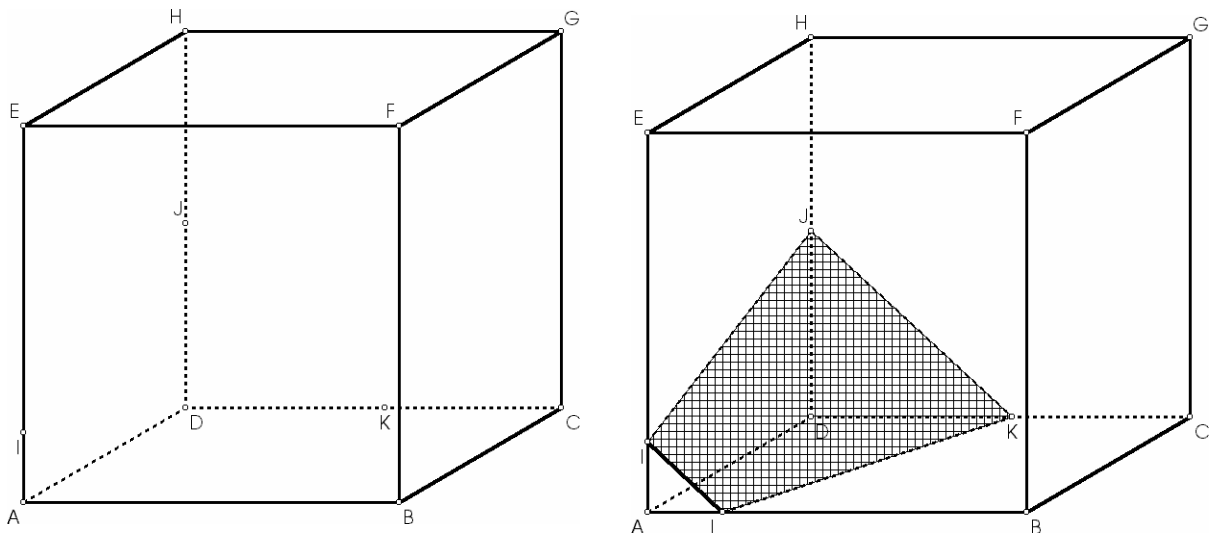
Met Geocadabra heb je de mogelijkheid heel snel en efficiënt doorsneden te tekenen van een vlak met een ruimtelijke figuur. Later komen we terug op doorsneden maar dan leggen we de nadruk eerder op het uitgebreid demonstreren van de manier waarop men tot een doorsnede komt.

Wat hier volgt is ook geschikt als controlemiddel voor de leerlingen.

Uitgewerkt voorbeeld


- We vertrekken van een willekeurige kubus waarop 3 verschillende punten zijn aangeduid op verschillende ribben.
- Nu zijn er 2 mogelijkheden om de doorsneden te tekenen. Een eerste manier hebben we hierboven reeds vermeld, namelijk via VLA KONDERHOUD, EEN VLA K AR CEREN.

Een tweede manier gaat via de knop  die je rechts bovenaan vindt (naast de snelkeuzeknoppen). Wanneer we nu de drie punten aanduiden wordt de doorsnede gearceerd in de stijl die geactiveerd is in de gereedschapbalk.



Opdracht

Teken een kubus. Duid drie punten aan zodat de doorsnede van de kubus met het vlak bepaald door de drie punten een zeshoek is. Controleer. Versleep nu een punt zodanig dat de

doorsnede een vierhoek wordt: klik daarvoor eerst op  en versleep dan het gewenste punt. Welke veelhoeken zijn mogelijk en hoe moeten de punten dan liggen?

Teken een regelmatige zeszijdige piramide. Duid drie punten om een snijvlak te bepalen zodat geen twee van de drie punten in eenzelfde zijvlak liggen. (*eventueel : welke veelhoek verwacht je als doorsnede? of: maak een schets van de doorsnede*). Bepaal de doorsnede van de piramide met het gekozen vlak.

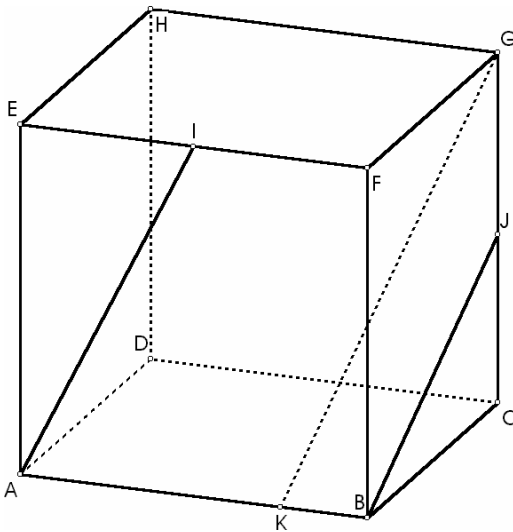
EEN TEKENING VERKENNEN

Enkele dynamische mogelijkheden

Uitgewerkt voorbeeld over de onderlinge ligging van rechten

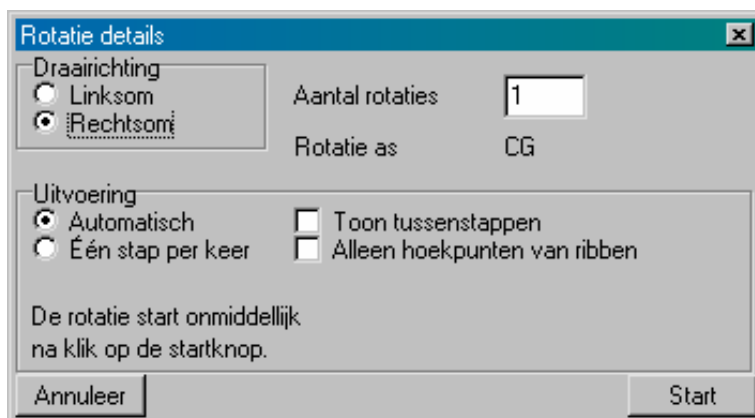
Opgave

In de onderstaande kubus lijken de lijnstukken [AI], [GK] en [BJ] evenwijdig. Is dit in werkelijkheid zo?



Mogelijkheden met Geocadabra om dergelijke opgave te verkennen

1. Door over te schakelen tussen de verschillende tekenmethodes uit de gereedschapsbalk, geraak je al een heel eind.
2. Je kan de figuur ook laten roteren om een punt, ribbe, lijnstuk of lijn. In dit geval is het interessant om de figuur te roteren om een ribbe. Deze optie vind je terug in het menu bij AFBEELDINGEN, RUIMTELIJKE BEWERKINGEN, DRAAI OBJECT ROND . Duid het lijnstuk nu aan in de lijst of op de figuur zelf. Het onderstaande venster verschijnt:



Je kan kiezen in welke richting moet gedraaid worden, hoeveel keer de rotatie moet uitgevoerd worden en hoe dit gebeurt:

- Automatisch (draait in 1 keer 360°)
- Één stap per keer, die je zelf bepaalt en zelfs kan vastleggen

3. De laatste mogelijkheid komt in feite op hetzelfde neer als de vorige. Enkel de manier waarop en de uitvoering verschillen. Groot nadeel hier is dat de figuur sneller wordt gedraaid dan in het vorige puntje en dat dit niet zo stapsgewijs kan gebeuren. Kies in de menubalk voor AFBEELDINGEN, ROTATIE. Je krijgt het onderstaande venster:

- Door op de knop naast rotatieas te klikken krijg je een keuzemenu waaruit je een as dient aan te duiden.
- In dit geval kiezen we het best voor het roteren van de hele figuur.

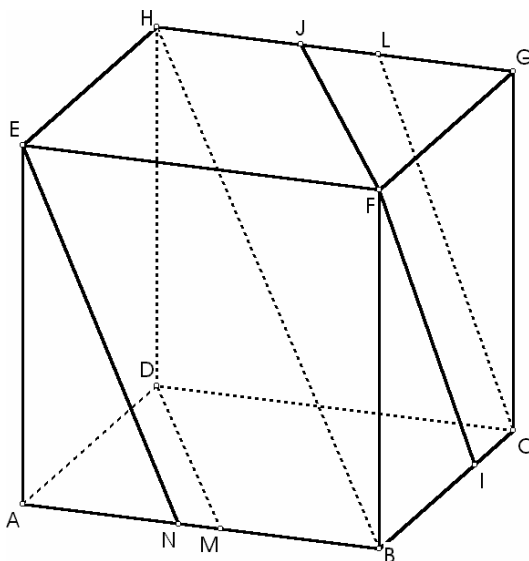
Opmerking

De bovenstaande werkwijze kan zowel door de leerlingen als door de leerkracht gebruikt worden. Als leerkracht kan je deze technieken als demo gebruiken zodat de leerlingen meer inzicht krijgen in de opgave en zodat het antwoord ook op een visuele wijze aanvaardbaar wordt gemaakt.

Opdrachten

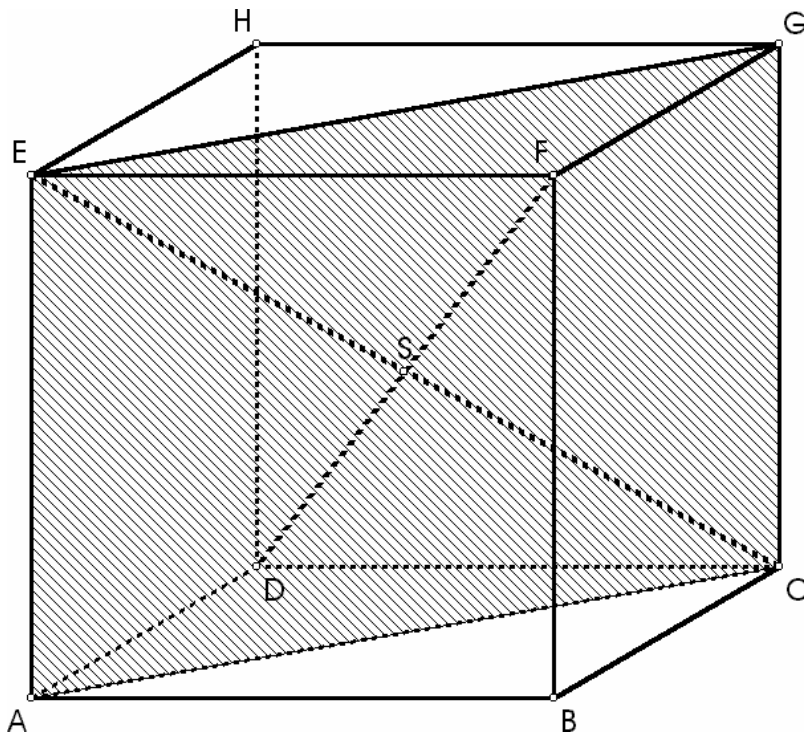
Opgave

In de onderstaande balk zijn verschillende lijnstukken getekend. Welke lijnstukken zijn evenwijdig, snijdend of kruisend?



Opgave

In de onderstaande kubus zijn de rechten DF en EC niet evenwijdig. Ze zijn dus snijdend of kruisend. Is S werkelijk een snijpunt van beide rechten?



Analoge opgaven kunnen gemakkelijk gemaakt worden in andere ruimtelichamen.

TOEPASSINGEN MET AFSTANDEN EN HOEKEN

Overzicht

In Geocadabra heb je de mogelijkheid om figuren op maat te maken. Bijgevolg kan je ook de exacte afstanden bepalen tussen punten onderling, een punt en een vlak, een punt en een lijn(stuk), twee lijnen, ... Het meest interessante aspect hiervan is dat deze ook nog eens in wortelvorm worden weergegeven. Verder kan men ook hoekgrootte, omtrek en oppervlakte bepalen.

Als controlemiddel na het maken van een oefening, is dit dus nuttig.

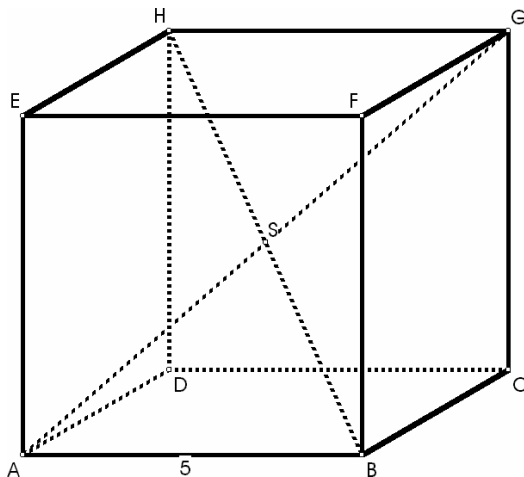
Daarnaast kan je ook een vlakke doorsnede laten weergeven op ware grootte. Dit laatste is vooral geschikt voor oefeningen waarin eigenschappen uit de vlakke meetkunde toegepast moeten worden in een ruimtelijke situatie.

Uitgewerkt voorbeeld

Opgave

In de onderstaande kubus beschouwen we het diagonaalvlak $ABGH$.

1. Teken de rechthoek $ABGH$ in ware grootte.
2. Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal $[AG]$.
3. Bereken de hoek $\hat{A}SB$.



Werkwijze

- Teken eerst de gegeven figuur.
- Je kan lengtes weergeven bij lijnstukken door in de menubalk te kiezen voor BEWERKEN, LIJNONDERHOUD, TOGGLE LENGTE(S). Nu heb je verschillende mogelijkheden. Het is dus onmiddellijk mogelijk alle lengtes weer te geven of je kan één bepaald lijnstuk aanduiden. Om de bovenstaande figuur te maken werd deze laatste optie gekozen.
- De lengtes worden weergegeven door middel van wortelvormen op voorwaarde dat in het menu CONFIGURATIE bij getaluitvoer de optie “als wortelvorm (indien

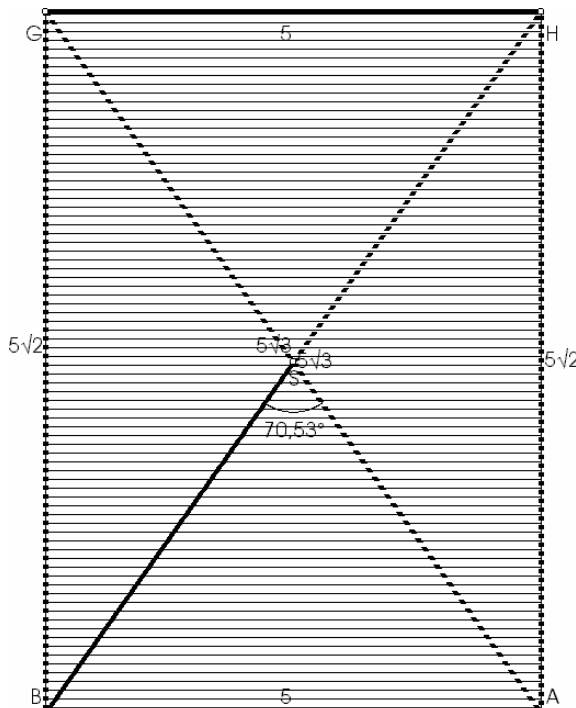
mogelijk)” aangevinkt is. Op die manier kom je dus tot de exacte waarde die na berekening bekomen wordt.

- Als we de lange weg volgen om tot $|AG|$ te komen, kunnen we het vlak aanduiden waarin we gaan werken. Dit kan zoals altijd via arcering. Daarna kan men dit vlak op ware grootte voorstellen door: BEWERKEN, VLAKONDERHOUD, EEN VLAK OP WARE GROOTTE. Duid 3 punten aan die het vlak bepalen en je ziet hoe de figuur bewogen wordt zodat men uiteindelijk enkel de gevraagde doorsnede ziet. In deze doorsnede kunnen we nu verder werken.
- We kunnen via BEWERKEN, LIJNONDERHOUD, TOGGLE LENGTE(S) alle lengtes weergeven. Dankzij de gepaste instelling worden deze in de eenvoudigste wortelvorm weergegeven.
- De hoekgrootte kan men bepalen via het venster om hoeken te markeren (BEWERKEN, HOEKONDERHOUD, HOEK MARKEREN). Je krijgt het onderstaande venster.



- Duid het punt aan op het eerste been door op de knop te klikken en vervolgens het gewenste punt aan te klikken.
- Analoog voor het hoekpunt en het punt op het tweede been.
- Geef de straal in van het boogje dat de markering aangeeft.
- Duid het aantal gewenste boogjes aan.
- In dit geval wensen we de hoekgrootte te kennen, dus kiezen we de optie “hoekgrootte”.
- Na op OK te hebben geklikt, wordt de hoekmarkering aangebracht met daarin de hoekgrootte (naargelang de instelling bij CONFIGURATIE in graden of radialen).

- Je bekomt het onderstaande resultaat waarmee de volledige oefening opgelost is.

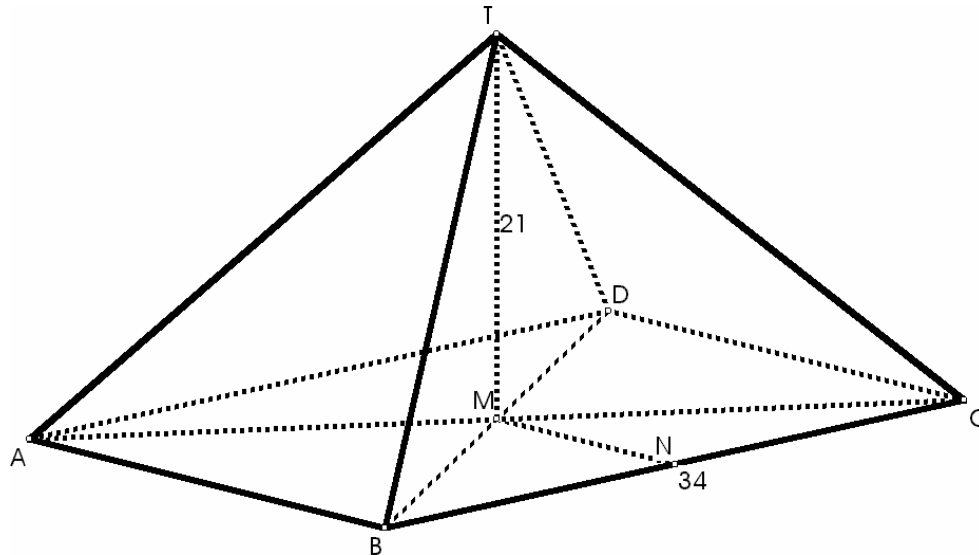


Opmerking

Afstanden en hoekgroottes kunnen ook berekend worden via BEREKENINGEN, AFSTANDEN of HOEKGROOTTES. Het verschil met de hierboven beschreven methode is vooral dat de resultaten nu in een apart venster verschijnen en niet op de figuur zelf verschijnen.

Opdrachten

De piramide van het Louvre is een regelmatige piramide, waarvan de hoogte en de zijde van het grondvlak respectievelijk 21 m en 34 m bedragen.

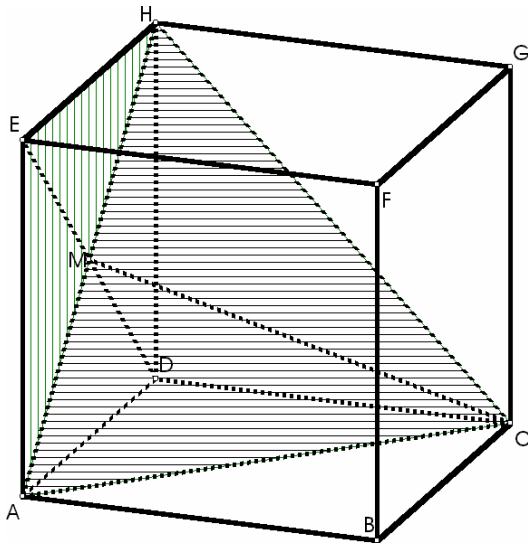


1. Bereken de hoek $\hat{A}TB$ tussen twee opeenvolgende opstaande ribben.
2. Bereken de hoek $\hat{A}TC$ tussen twee niet-opeenvolgende opstaande ribben.
3. $\hat{T}AM$ is de hellingshoek van de opstaande ribbe [TA] ten opzichte van het grondvlak. Bereken deze hoek.
4. $\hat{T}NM$ is de hellingshoek van het zijvlak TCB ten opzichte van het grondvlak. Bereken deze hoek.

Opmerking: Via Geocadabra kan je ook onmiddellijk de hoek bepalen tussen twee vlakken. Dit lukt door in de menubalk BEREKENINGEN te kiezen, vervolgens HOEKEN, VLAK-VLAK.

Het middelpunt van het bovenvlak van een kubus met ribbe 2, ligt op gelijke afstand van de vier hoekpunten van het grondvlak van de kubus. Waaraan is die afstand gelijk? (VWO 1995)

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{7}$ D. $2\sqrt{2}$ E. 3



Beschouw de kubus.

1. Bewijs dat $\hat{DMC} = (\hat{AHC}, \hat{AHD})$.
2. Bereken die hoek.

ANIMATIES

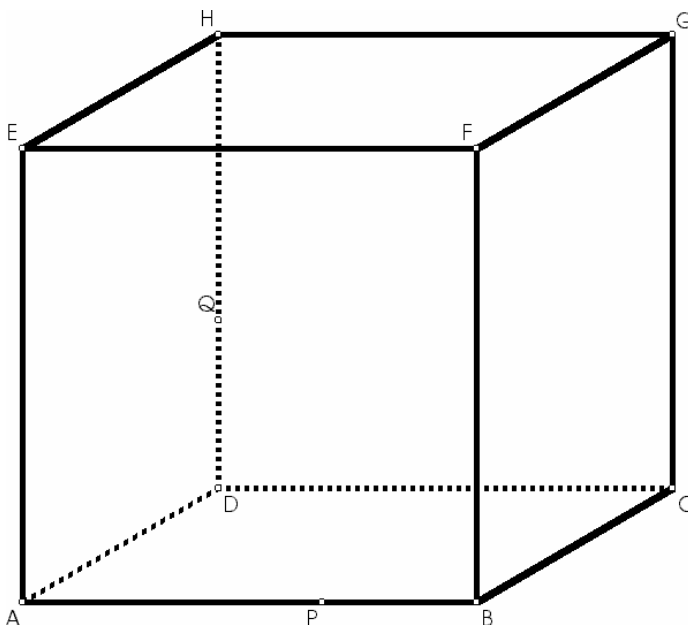
Inleiding


In Geocadabra kan men animaties maken en afspelen. Deze animaties bestaan uit een opeenvolging van beelden, waarbij iedere keer commentaar kan gegeven worden. Deze animaties zijn heel geschikt om te gebruiken als demo in de lessen, bijvoorbeeld om te tonen hoe een doorsnede tot stand komt of een oplossing van een bepaalde oefening.

Uitgewerkt voorbeeld

Opgave

Bepaal de doorsnede van de onderstaande kubus met het vlak PQG .

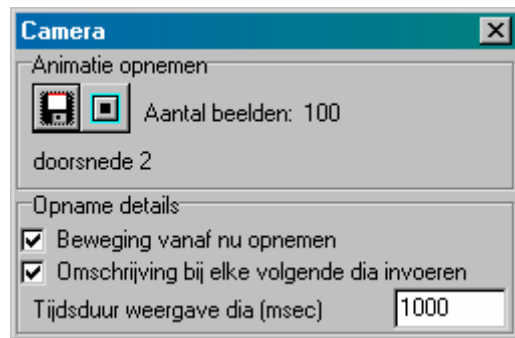



- Teken eerst de kubus (manier reeds hiervoor beschreven).
- Klik op . Volgend dialoogvenster opent.





- Kies hier voor opnemen. De betekenis van de andere opties spreekt wellicht voor zichzelf.
- Je krijgt nu een venster waarin de naam van de animatie wordt gevraagd. Let op: alle aangemaakte figuren komen in een aparte map met dezelfde naam als het bestand zelf. Een opnamebestand krijgt altijd de extensie "opn" mee.

- Het onderstaande venster verschijnt. Hierin kan je twee verschillende opties aanvinken:

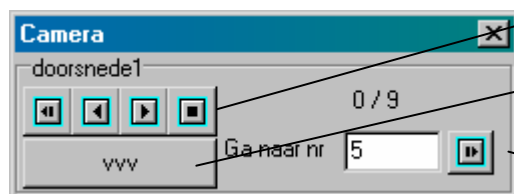


1. Beweging vanaf nu opnemen: Iedere beweging wordt opgenomen en onderaan kan je aanduiden hoe lang iedere dia blijft staan.
2. Omschrijving bij elke volgende dia invoeren: iedere keer op de knop  wordt gedrukt, verschijnt een dialoogvenster waarin een omschrijving kan ingegeven worden. Deze wordt opgeslagen bij de figuur.

- In het vorige venster werd gekozen voor “omschrijving bij elke volgende dia invoeren”, zodat stapsgewijs kan gezien worden welke zaken werden uitgevoerd.
- Nu rest ons enkel nog de doorsnede stap voor stap te bepalen en na iedere stap op  te klikken.
- Nadien klikken we op  om de opname stop te zetten. Een volledige afdruk van de animatie die toont hoe de doorsnede getekend werd, is te vinden in de bijlage.

Animatie afspelen

- Klik opnieuw op de camera zodat het venster “camera” opnieuw verschijnt. Kies nu voor “afspelen”.
- Kies de gewenste animatie (deze zit niet in de aangemaakte map) en druk op OK.
- We krijgen onderstaand venster:



1. De knoppen zijn vergelijkbaar met die van een videorecorder.
2. vvv laat ons terugkeren naar het keuzevenster (opnemen, afspelen, bewerken)
3. Ga naar ... geeft de mogelijkheid er één dia uit te pikken.

Animatie bewerken

- Klik opnieuw op de camera zodat het venster “camera” opnieuw verschijnt. Kies nu voor “bewerken”.
- Kies de gewenste animatie (deze zit niet in de aangemaakte map) en druk op OK.
- Je kan de keuze maken uit de opties uit het onderstaande venster:



1. 1 + 1 = 2: twee bestaande animaties bij elkaar voegen.
2. Inverteer: de beelden in omgekeerde volgorde plaatsen
3. BMP-dump: van elke dia een bmp-bestand maken.
4. Verwijder: een animatie verwijderen

Opmerking

Zelfs met de beperkte demoversie is het mogelijk om animaties af te spelen.

Opdrachten

Alle opgaven uit het voorgaande kunnen hermaakt worden in de vorm van een animatie, waardoor leerlingen ook kunnen zien hoe men tot een dergelijk resultaat komt (het aanvaardbaar maken van de oplossing). Ook kunnen andere doorsneden nu geconstrueerd worden op dezelfde manier.

BRONNEN

- Van basis tot limiet 4, leerweg 5, Die Keure
- Delta 4B, Wolters Plantyn
- Machtig 3.5, Standaard educatieve uitgeverij
- “Ruimte meetkunde in de tweede graad”, Alex Calders, Jan Roels, Jos Willems
- Lesbrieven en handleiding van Ton Lecluse, auteur van Geocadabra (deze zijn te vinden op de CD van Geocadabra)
- <http://www.geocadabra.nl>
- <http://www.visiria.nl>
- <http://home.planet.nl/~leclu012/>